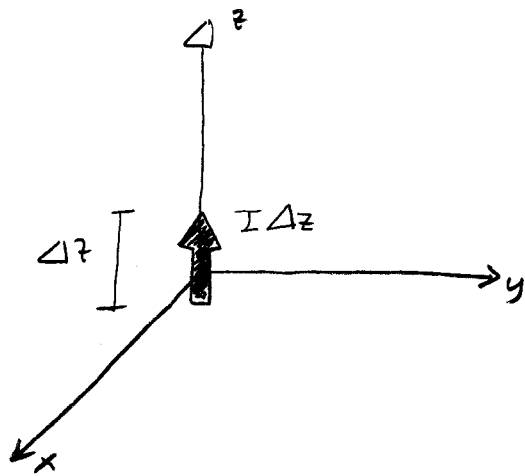


DIPOLO ELETTRICO ELEMENTARE (HERTZIANO)

La più semplice antenna che si possa immaginare (almeno dal punto di vista matematico) è un filamento di corrente costante, di lunghezza molto inferiore alle lunghezze d'onda.

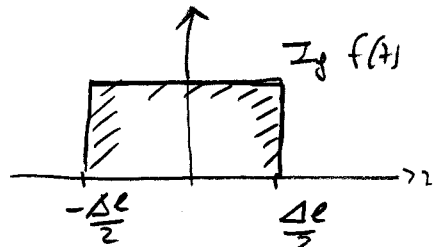
Tale dipolo elementare sia posto nell'origine e orientato lungo \hat{z} .

La densità di corrente che lo attraversa sia



$$\underline{J}(\underline{r}') = I_0 f(t) \delta(x) \delta(y) \hat{z}$$

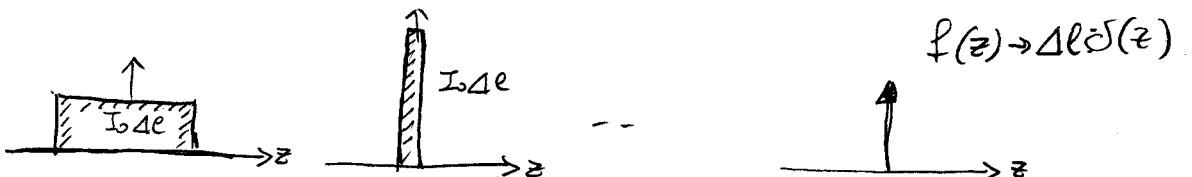
[A] [m]⁻²



$$\iiint \underline{J}(\underline{r}') d\underline{r}' = I_0 \Delta l \hat{z}$$

momento di dipolo elettrico area

Se $\Delta l \rightarrow 0$ il momento di dipolo elettrico rimane invariato e $I_0 \rightarrow \infty$



In queste ipotesi le densità di corrente sul dipolo (ore infinitesime) si riscrive come

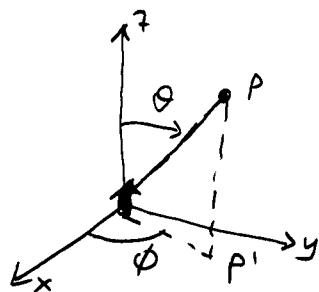
$$\underline{J}(\underline{r}') = I_0 \Delta l \delta(x) \delta(y) \delta(z) \hat{z} \quad \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

Il potenziale vettore indotto, applicando le formule di Green

$$\begin{aligned} \underline{A}(\underline{r}) &= \mu_0 \iiint_V \underline{G}(\underline{r}, \underline{r}') \underline{J}(\underline{r}') d\underline{r}' = \\ &= I_0 \Delta l \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \hat{z} \end{aligned}$$

Il campo elettrico e magnetico risultanti si ottengono applicando gli operatori differenziali. Saltando i passaggi si ottiene

$$\left\{ \begin{aligned} E_r &= \mu_0 I_0 \Delta l \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r^2} \cos\theta \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \\ E_\theta &= j k_0 \mu_0 I_0 \Delta l \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sin\theta \left(1 + \frac{1}{jkr} + \frac{1}{(jkr)^2} \right) \\ H_\phi &= j k_0 I_0 \Delta l \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \end{aligned} \right.$$



Dato \mathcal{Q} simmetrico della sorgente attorno l'ov \hat{z} ,
non c'è dipendenza dei campi (come espressi in
coordinate sferiche) dall'angolo ϕ

- Le dipendenze da kr , all'interno della parentesi non
hanno tutte lo stesso passo se l'osservatore è posto vicino
o sufficientemente lontano dal dipolo.
- Il campo magnetico possiede solo una componente, H_ϕ ,
tangente alle superficie sferiche di raggio r .
Il campo elettrico invece possiede anche una componente
diretta lungo il verso \hat{z} , anche se come vedremo tende
ad annullarsi man mano che ci si allontana dal dipolo.

Per caratterizzare l'irradiazione del dipolo bisogna valutare
la potenza da esso irradiata nello spazio, e cioè calcolare
il vettore di Poynting

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{E} \times \underline{H}^*$$

integrando \underline{S} su una sfera di raggio r

$$P_{\text{irr}} = \oint_{S(r)} \underline{S}(r') \cdot \hat{n} \, da$$

Salutando i passaggi si ottiene

$$P = \underbrace{\mu_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{I \Delta l}{\lambda} \right)^2}_{\text{potenza reale che attraversa la superficie sferica}} - j \underbrace{\frac{1}{24\pi^2} \mu_0 \left(\frac{I \Delta l}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{r} \right)^3}_{\text{potenza reattiva (dipendente dalle distanze)}}$$

potenza reale
che attraversa
la superficie
sferica

potenza reattiva
(dipendente dalle distanze)

Il contributo reale è indipendente della distanza e quindi la potenza reale, se il mezzo è senza perdite, si conserva durante la propagazione.

Il contributo immaginario invece è fortemente dipendente dalle distanze, attenuandosi rapidamente allontanandosi dalla sorgente.

È utile pertanto analizzare cosa accade alle espressioni del campo in prossimità e a distanza del dipolo.

Campo Vicino

$r \ll \lambda$

$$\frac{1}{kr^2} \gg \frac{1}{kr}$$

e quindi le eq. possono essere approssimate nelle forme seguenti:

$$\begin{cases} \underline{E} \sim -j \frac{I_0 \Delta l}{k} \frac{1}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{z} + \sin \theta \hat{\theta}) & r \ll \lambda \\ \underline{H} \sim I_0 \Delta l \frac{\sin \theta}{4\pi r^2} \hat{\phi} & \text{LIMITE STATICO} \end{cases}$$

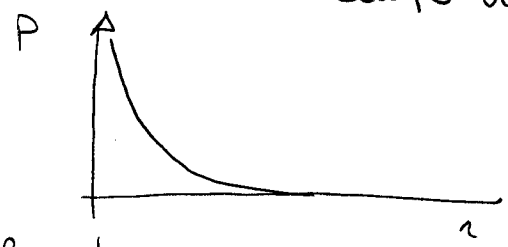
Si note che

1. Non c'è il termine proporzionale e^{-jkr} e quindi è dominata l'accumulo di energie reattive piuttosto che la propagazione.

Se si calcola il flusso del vettore di Poynting e partendo da questi campi, si vede che

$$P(r \ll \lambda) \sim -j \frac{1}{24\pi^2} \eta_0 \left(\frac{I_0 \Delta l}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{r}\right)^3$$

NB // cioè l'energia reattiva è dovuta alle sole componenti di campo vicini.



A ridosso del dipolo il campo è essenzialmente quello statico prodotto da due cariche di segno opposto a distanza Δl .

2. \underline{E} e \underline{H} sono in quadratura di fase, e ripone del fatto che non viene erogata potenza attiva.

Tale regione è detta Zona di Induzione,
nelle quale il trasporto di potenza reale
resta affidato solo alla piccola parte in fase
di \underline{E} ed \underline{H} troncata nelle approssimazione
di campo vicino $z \rightarrow 0$.

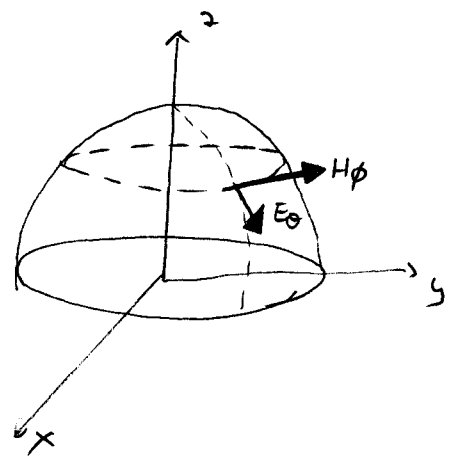
Campo Lontano $r \gg \lambda$ Zona di Radiazione

$$\frac{1}{r^m} < \frac{1}{r^{m-1}}$$

In queste approssimazioni sopravvivono le seguenti componenti:

$$\begin{cases} \underline{E} \sim j k_0 \eta_0 I_0 \Delta l \sin \vartheta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \hat{\vartheta} & E_r \sim 0 \\ \underline{H} = j k_0 I_0 \Delta l \sin \vartheta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \hat{\phi} & H_r = 0 \end{cases}$$

$$= \frac{1}{\eta_0} \hat{z} \times \underline{E}$$



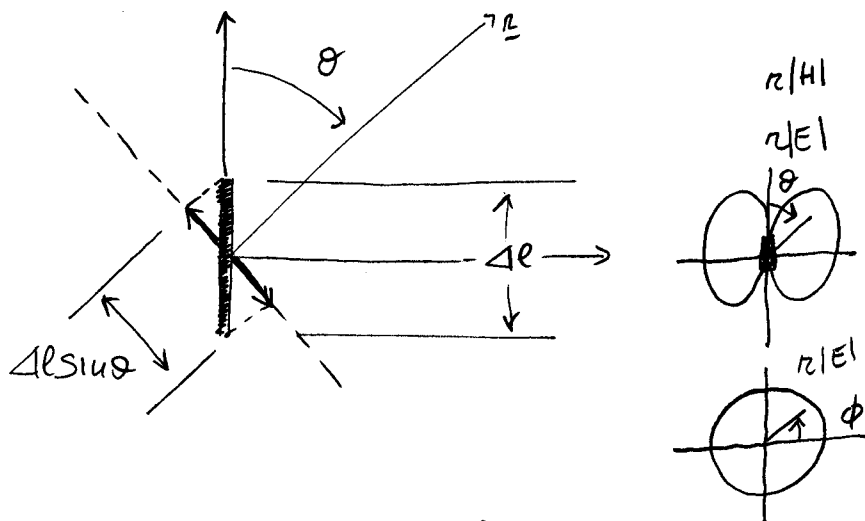
1. I campi queste volte sono in fase e quindi trasporteranno potenza reale

$$P = \eta_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{I_0 \Delta l}{\lambda} \right)^2 = \text{parte reale dell'intero flusso del vettore di Poynting}$$

2. \underline{E} , \underline{H} , \hat{z} formano tre vettori ortogonali e quindi a grande distanza dalla sorgente il campo si propaga come un'onda TEM sfere

3. Il vettore di Poynting $\underline{S} = \frac{1}{\eta_0} \underline{E} \times \underline{H} \parallel \hat{z}$
 $\hat{\vartheta} \times \hat{\phi}$

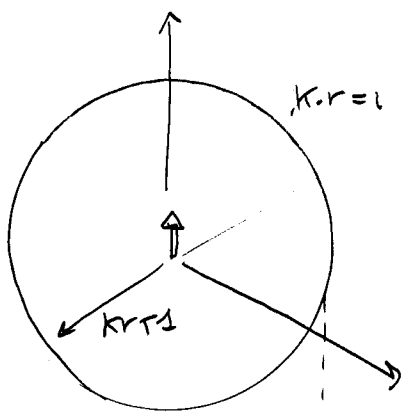
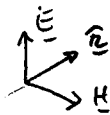
4. Il campo si ottiene per onde sferiche ($1/r$), mantenendo cioè costante la potenza reale totale attraverso qualunque superficie sferica avente centro nel dipolo. L'onda sferica non è uniforme ($\sin\theta$)
 → Campi non isotropi anche se la sorgente è puntiforme
5. Poiché il fattore di Poynting è reale, l'energia immagazzinata nel campo elettrico eguaglia l'energia immagazzinata nel campo magnetico ($W_m = W_e$)
6. Contribuisce al campo mediato in zone lontane la proiezione del elemento di corrente sulle normale alla direzione di osservazione



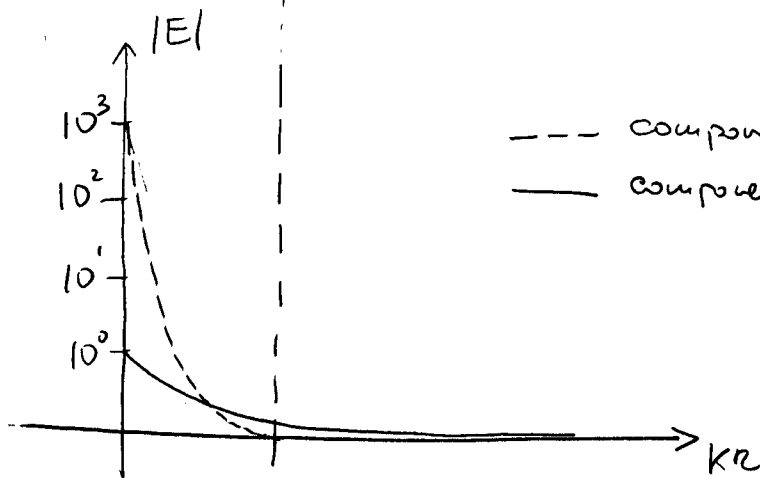
Queste proprietà sono ricorrenti per tutte le antenne, come si vedrà in seguito.

Si nota che il campo è nullo quando la direzione di osservazione è parallela all'orientamento del dipolo.

Quindi, missumento, il campo elettromagnetico prodotto da un dipolo elementare



$kr=1$ = passaggio tra la zona di induzione e la zona di radiazione.



--- componenti reattive
 — componenti viaggianti

ZONA DI INDUZIONE

ZONA DI RADIAZIONE

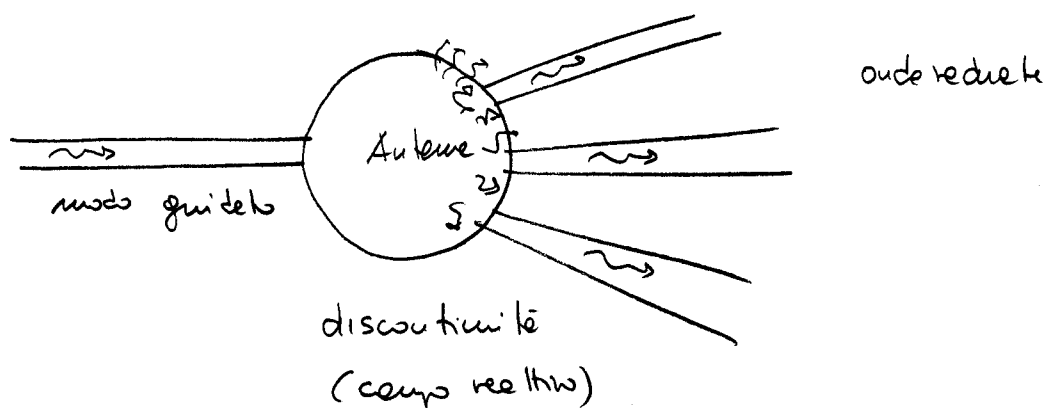
domina potenza reattiva

domina potenza reale

Sulle zone di Campo Reattivo

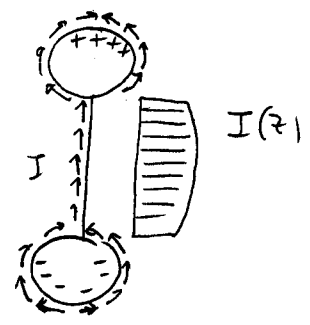
L'antenna può essere definita come un trasduttore che trasforma onde guidate in onde radiate.

Le zone reattive e l'interfaccia tra questi due domini e l'accumulo di energia reattiva serve a saldare il campo sull'antenna con quello in zone di radiazione.
(come nel caso di modi evanescenti che vengono eccitati da una discontinuità in guide d'onda)

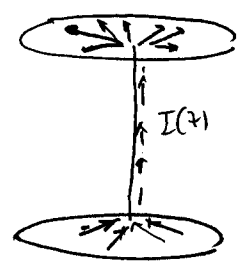


REALIZZAZIONE DI UN DIPOLO HERTZIANO

Si può ottenere una corrente all'incirca costante sul filo accendendo e prendendo dei serbatoi di carica egl. estremi del filo

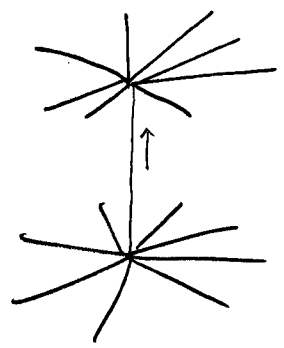


Antenna usata da Hertz



CAP LOADED

Sui due serbatoi le correnti hanno componenti opposte e quindi il loro contributo alle radiazioni è trascurabile.



DIPOLO MAGNETICO ELEMENTARE

È un elemento Δl di corrente magnetica I_{m0} costante. Al limite per $\Delta l \rightarrow 0$ si può scrivere

$$\underline{M}(\underline{r}') = \Delta l I_{m0} \delta(x) \delta(y) \delta(z) \hat{\underline{z}}$$

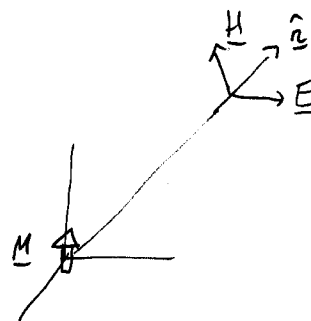
$$\Delta l I_{m0} \hat{\underline{z}} \quad [\text{V} \cdot \text{m}]$$

momento di dipolo magnetico.

Per calcolare i campi da esso indotti si applica il metodo del potenziale vettore elettrico \underline{F} e, con operazioni del tutto duali e quelle seguite per il dipolo elettrico elementare si trovano le seguenti espressioni nel campo lontano

$$\underline{E} \sim jk I_{m0} \Delta l \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} \hat{\underline{z}} \times \hat{\underline{r}}$$

$$\begin{cases} \underline{E} = -jk I_{m0} \Delta l \sin\theta \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} \hat{\underline{\phi}} \\ \underline{H} \sim \frac{jk}{\mu_0} I_{m0} \Delta l \sin\theta \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} \hat{\underline{\theta}} \end{cases}$$



$$\frac{E_{\phi}}{H_{\theta}} = \eta_0$$

I campi quindi risultano invertiti rispetto al caso del dipolo elettrico

ELETTRICO	CAMPO LONTANO	MAGNETICO
$E \propto$		$E \propto$
$H \propto$		$H \propto$

Nel campo vicino predomina in questo caso la configurazione magnetostatica e cioè l'energia immagazzinata nel campo magnetico domina su quella immagazzinata nel campo elettrico.

A parte l'inversione delle componenti l'andamento angolare dei campi è lo stesso, e corrisponde a

